

Problemas de 3 pontos

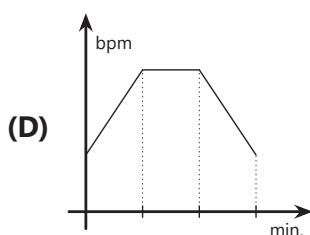
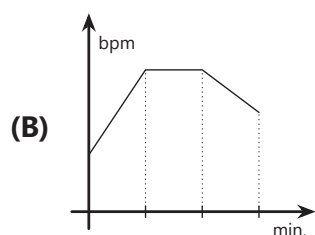
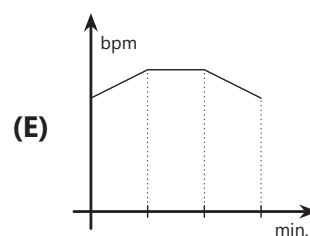
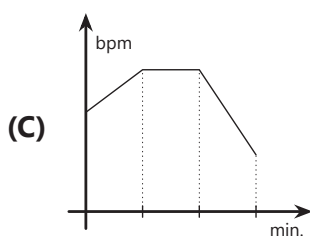
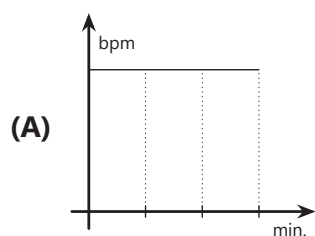
1. Um triângulo tem todos os lados com medidas inteiras. Um lado mede 9 e outro mede 1. Qual é a medida do terceiro lado do triângulo?

(A) 5 (B) 7 (C) 9 (D) 11 (E) 13

2. Durante uma corrida de 30 minutos, o relógio de Maria deu o seguinte relatório sobre sua frequência cardíaca:

- Nos primeiros 10 minutos, a frequência aumentou em 4 bpm (batimentos por minuto) a cada minuto.
- Nos 10 minutos seguintes, foi constante.
- Nos últimos 10 minutos, diminuiu em 2 bpm a cada minuto.

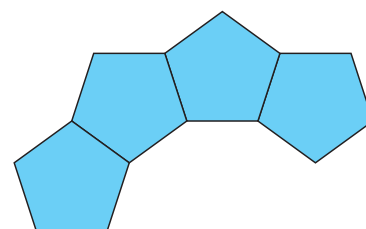
Qual alternativa mostra o gráfico da frequência cardíaca de Maria?



3. Azulejos iguais com formato de pentágono regular foram colocados lado a lado, como na figura, para formar um anel circular. A figura mostra quatro desses azulejos.

Quantos azulejos há no anel completo?

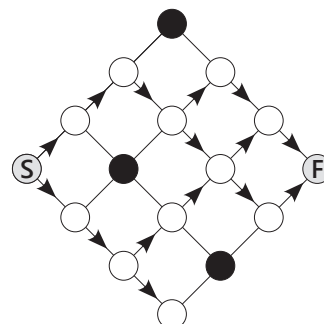
(A) 10 (C) 12 (E) 15
(B) 11 (D) 14



4. Igor quer ir de S a F passando apenas pelos círculos do diagrama e na direção das setas. Ele não pode passar pelos círculos pretos.

Por quantos caminhos diferentes Igor pode seguir?

(A) 5 (C) 7 (E) 9
(B) 6 (D) 8



5. Qual é o maior número que se pode obter substituindo os quatro quadrados da expressão ao lado pelos números 2, 0, 2 e 6? $(\square + \square)(\square - \square)$

(A) 2^4 (B) 2^6 (C) 2^8 (D) 2^{10} (E) 2^{12}

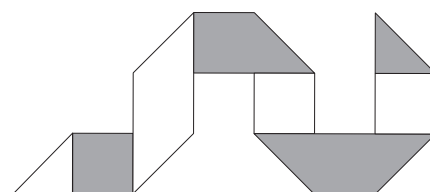
6. Uma loja tem a seguinte promoção: "Na compra de três itens, o item mais barato sai de graça". Júlia escolheu seis pares de meias, cada par com um preço diferente. Os preços dos pares são R\$ 2,90, R\$ 3,10, R\$ 3,50, R\$ 4,30, R\$ 4,60 e R\$ 4,90.

Qual é o maior valor possível para os dois pares que ela vai levar de graça?

(A) R\$ 6,60 (B) R\$ 7,20 (C) R\$ 7,40 (D) R\$ 7,70 (E) R\$ 8,10

7. Abel fez sete dobras em uma tira de papel branca de um lado e cinza do outro, como mostrado. Em seguida, ele desdobrou a tira.

Como ficaram as marcas das dobras no lado branco da tira, depois de desdobrada?

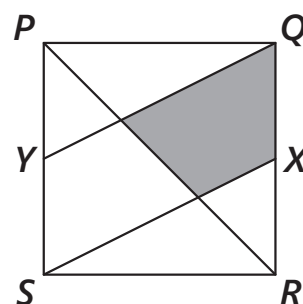


- (A) (B) (C) (D) (E)

8. A figura mostra o quadrado $PQRS$, cujos pontos X e Y são pontos médios dos lados QR e PS , respectivamente.

A área da região cinza corresponde a que fração da área do quadrado?

- (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{4}$ (E) $\frac{1}{3}$



9. Um hotel tem 9 quartos disponíveis. Cada quarto acomoda 3 ou 4 pessoas. Um grupo de 30 pessoas vai ficar nesse hotel e vai ocupar todas as vagas disponíveis nos quartos.

Quantos desses quartos têm capacidade para 4 pessoas?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

10. Quantos números de três dígitos abc são tais que $a = \left(\frac{b}{c}\right)^2$?

(A) 4 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 16

Problemas de 4 pontos

11. O número $\underbrace{333\dots3}_{2026 \text{ dígitos}}$ foi dividido por 33.

Qual é a soma dos dígitos do resultado?

- (A) 1111 (B) 1013 (C) 2025 (D) 2026 (E) 3039

12. Os pontos P e Q serão marcados aleatoriamente no segmento AB , sem que nenhum deles coincida com o ponto médio. O ponto médio já foi marcado na figura.



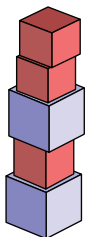
Qual é a probabilidade de que o ponto médio de AB pertença ao segmento PQ ?

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) $\frac{3}{4}$

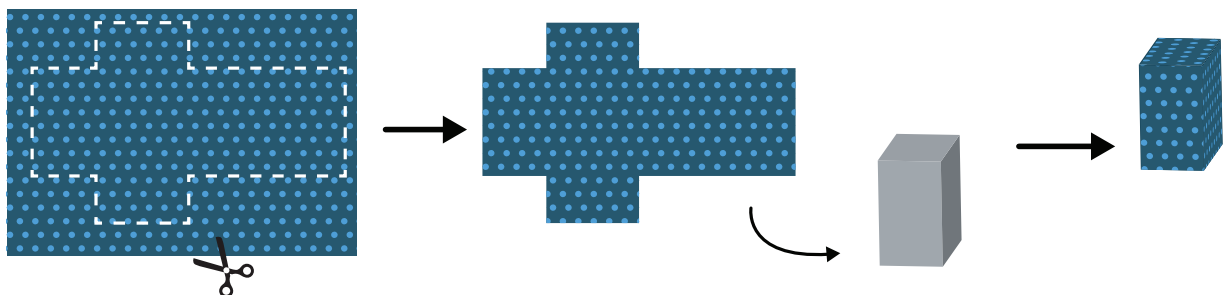
13. Ana quer construir uma torre com dois tipos de cubos, um com 5 cm de lado e outro com 4 cm de lado. Ela tem os cubos necessários para a construção.

Qual é o maior número inteiro de centímetros que **NÃO** pode ser a altura de uma torre que ela pode construir com esses cubos?

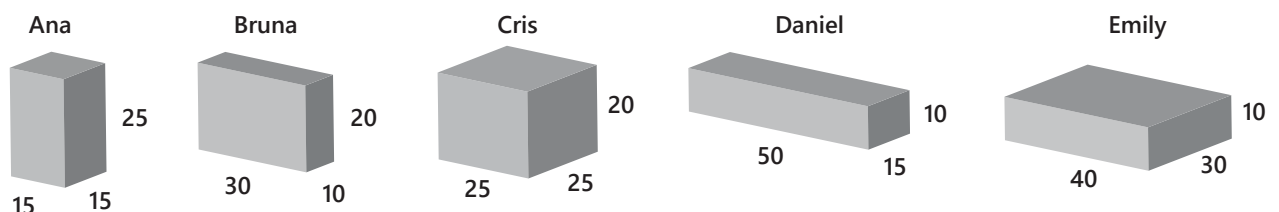
- (A) 7 cm (B) 11 cm (C) 17 cm (D) 37 cm (E) 101 cm



14. Vitória embrulha caixas de presentes em sua loja usando folhas de papel de embrulho com dimensões 80 cm x 60 cm. Para embrulhar uma caixa qualquer, ela corta um único pedaço de uma folha de papel e cola nas laterais da caixa, como mostrado.



As medidas, em centímetros, das dimensões das caixas de cinco amigos de Vitória estão mostradas abaixo.



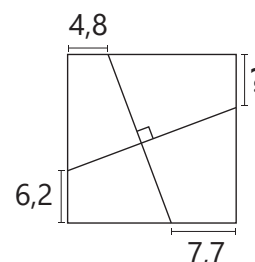
A caixa de qual amigo **NÃO** pode ser completamente embrulhada por Vitória com apenas uma dessas folhas?

- (A) Ana (B) Bruna (C) Cris (D) Daniel (E) Emily

15. A figura mostra um quadrado e dois segmentos de reta perpendiculares em seu interior. As medidas de três segmentos da figura estão mostradas.

Qual é a medida do segmento com a interrogação?

- (A) 5,6 (C) 6,1 (E) 6,6
(B) 5,9 (D) 6,3



16. Dois dados comuns foram lançados e o produto dos números obtidos nas faces voltadas para cima foi anotado.

- Alice ganha um ponto se o produto dos números obtidos for divisível por 4.
- Daniel ganha um ponto se o produto for divisível por 6.

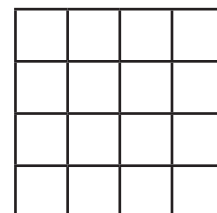
Qual é a probabilidade de que Alice e Daniel ganhem um ponto cada?

- (A) $\frac{1}{18}$ (B) $\frac{1}{9}$ (C) $\frac{5}{36}$ (D) $\frac{7}{36}$ (E) $\frac{2}{9}$

17. André tem um papel quadriculado 4×4 . Ele vai usar uma tesoura para fazer cortes retos no papel, em qualquer direção, de modo que não sobre nenhum quadradinho do quadriculado.

Qual é a menor quantidade de cortes que ele vai precisar fazer?

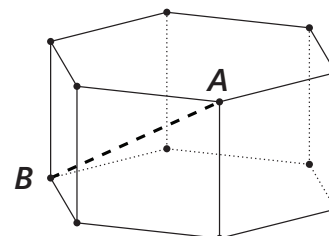
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6



18. O prisma hexagonal mostrado tem duas faces hexagonais regulares e seis faces quadradas. As arestas do prisma medem 1 cada.

Qual é a medida do segmento AB ?

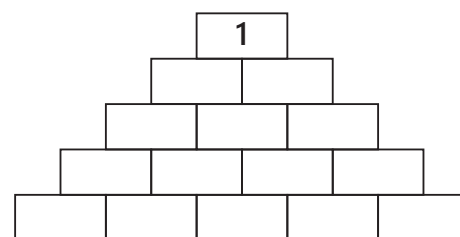
- (A) $\sqrt{2}$ (C) 2 (E) $\sqrt{6}$
(B) $\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{5}$



19. Adão quer preencher cada casa da figura com -1 ou 1 . As casas serão preenchidas de baixo para cima. O número em cada uma das casas das quatro primeiras fileiras, de cima para baixo, é igual ao produto dos dois números nas casas logo abaixo. O número na casa do topo é o 1.

De quantas maneiras diferentes essa figura pode ficar preenchida?

- (A) 8 (B) 16 (C) 18 (D) 20 (E) 32



20. Os números reais a e b são tais que $9^a = 11^b = 9801$.

Qual é o valor de $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$?

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) 1 (D) 2 (E) 3

Problemas de 5 pontos

21. Os números inteiros de 1 a 40 foram escritos na lousa. Davi fez 39 operações com esses números. Na k -ésima operação:

- Se k não é múltiplo de 7, ele escolhe quaisquer dois números a e b da lousa, os apaga e escreve $a + b - 1$ no lugar.
- Se k é múltiplo de 7, ele escolhe quaisquer dois números a e b da lousa, os apaga e escreve $a + b + 5$ no lugar.

Qual número Davi obtém ao final das operações?

- (A) 781 (B) 801 (C) 811 (D) 819 (E) 821

22. A soma de 15 números naturais consecutivos é igual à soma dos 9 números naturais seguintes.

Qual é o menor desses 24 números?

- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

23. Omar lançou um dado comum 100 vezes, multiplicou todos os números obtidos nas faces voltadas para cima e o produto foi 6^{70} .

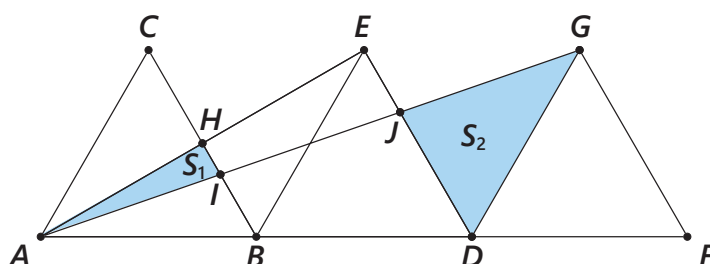
Qual é a menor quantidade de vezes que o 6 pode ter sido obtido numa face voltada para cima?

- (A) 10 (B) 12 (C) 24 (D) 30 (E) 35

24. Três triângulos equiláteros congruentes foram desenhados sobre o segmento AF , como mostrado. Seja S_1 a área do triângulo AHI e S_2 a área do triângulo DGJ .

Qual é a razão $S_1 : S_2$?

- (A) 1 : 3 (C) 1 : 5 (E) 3 : 5
(B) 1 : 4 (D) 2 : 3



25. Seja f uma função com as seguintes propriedades para todo número x real:

$$f(x + 10) = f(x) \quad \text{e} \quad f(6 - x) = -f(x)$$

Tem-se que $f(27) = 9$.

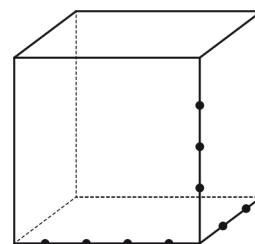
Qual é o valor de $f(9) + f(13)$?

- (A) - 27 (B) - 9 (C) - 3 (D) 3 (E) 9

26. Nove pontos foram desenhados sobre arestas de um cubo, como mostrado.

Quantas são as pirâmides de base triangular cujos vértices fazem parte desse conjunto de pontos?

- (A) 24 (C) 48 (E) 72
(B) 36 (D) 60

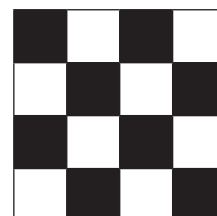


27. Dado um número natural n , seja a_n o maior número inteiro menor ou igual a $\sqrt{n}$.

Qual é o valor de $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \dots + a_{2025} - a_{2026}$?

- (A) 0 (D) 22
(B) 2026 (E) - 22
(C) - 2026

28. Em um quadriculado 4×4 , colorido como mostrado, todos os quadradinhos devem ficar brancos fazendo-se repetidamente a seguinte operação: escolha quaisquer 4 quadradinhos que formem um quadriculado 2×2 e troque a cor desses quadradinhos, de preto para branco e de branco para preto.



Qual é a menor quantidade de vezes que essa operação deve ser feita?

- (A) 4 (D) 16
(B) 6 (E) Não é possível fazer isso.
(C) 8

29. Dado um número $x > 0$, seja $\sqrt[n]{x} = s$, em que $s > 0$ e $\frac{s(s+1)}{2} = x$.

Qual dos seguintes valores é sempre igual à $\sqrt[n]{4x - \sqrt[n]{x}}$?

- (A) $2\sqrt[n]{x}$ (D) $\sqrt[n]{x^2 + x}$
(B) $4\sqrt[n]{x} - 1$ (E) $\sqrt[n]{x^2}$
(C) $3\sqrt[n]{x}$

30. Há $2n$ portas na minha frente. Cada porta pode ser aberta usando uma única chave. Cada uma das minhas n chaves abre exatamente duas dessas portas, mas não sei quais portas.

Qual é a maior quantidade de tentativas necessárias para que eu consiga determinar qual chave abre cada porta?

- (A) $2n - 2$ (D) $n^2 - 1$
(B) $2n^2$ (E) $n^2 + n - 2$
(C) $n^2 + n$